

LNF - 64/11

14. 4. 1964.

M. A. Locci e M. Puglisi: FENOMENI PROPAGATIVI NELLE  
CAMERE A SCINTILLA. -

(Nota interna: n. 237)

Laboratori Nazionali di Frascati del C.N.E.N.  
Servizio Documentazione

LNF- 64/11

Nota interna: n°237

14 Aprile 1964

M.A. Locci, M. Puglisi: FENOMENI PROPAGATIVI NELLE  
CAMERE A SCINTILLA.

Summary

The correct operation of spark chambers is connected with the greater or smaller degree of isotropy that can be obtained in the chamber itself. Once the geometric isotropy has been reached, as much as required, it is necessary to find out the conditions which must be satisfied in order to obtain electrical isotropy.

As, in the study of events with several contemporary charged particles, it is necessary to optimize the geometric and electrical isotropy conditions, Prof. G. Salvini, with regard to the  $\eta$  resonance photoproduction researches, has pointed out the following problem:

"To determine the behaviour of the electric field between the plates of a spark chamber as a function of time and position considering the voltage waves which may propagate between the plates themselves".

The problem now pointed out can be carried out and solved by vary different and complex methods if one wishes to take into account the fact that the propagation

of waves between the conducting plates of a spark chamber is possible in all directions.

However the solution may be remarkably simplified if the hypothesis is made that the conducting sheets of which the chamber is made up are rectangular in shape and that they are fed on the shorter side. If the width of the gap is small with respect to the sides of the plates, and the unfed side is much larger than the one which is connected to the generator, then it can be assumed that the propagation between the plates takes place only along the direction parallel to the longer side and thus the plates of the chamber can be represented by distributed line elements.

Carrying out the calculations based on the foresaid assumptions, one finds out that the transient phenomena which take place at the instant of excitation of the chamber are remarkable and, as consequence of them, the surfaces of the plates cannot be considered equipotential.

It is sufficiently evident that the results found for the case of the unidirectional propagation cannot be exactly applied to the case of spark chambers with square plates unless particular precautions are taken as to the connection of the generator to the plates. It is however certain that in the evaluation of the efficiency of a spark chamber employed in the study of events involving several contemporary charged particles it is not possible to ignore the voltage anisotropies due to the propagation phenomena.

As the general formulas which have been found are rather complex it has been thought useful to solve some particular cases and, as the similitude principle can be applied ( as shown in the text ), the diagrams (voltage versus time, at several abscisses ) referring to the cases considered, can also give the solution of many other cases.

Particularly important for the evaluation of the behaviour of the spark chamber is the diagram that gives the voltage as a function of position, with time as parameter.

From this diagram one can obtain, at any time, the

degree of isotropy of the chamber (an exemple of this is given in fig.17).

### Introduzione

Il corretto funzionamento delle camere a scintilla è legato al maggiore o minore grado di isotropia che si può realizzare nella camera stessa. Raggiunta, nella misura voluta, l'isotropia geometrica è necessario verificare quali condizioni debbano essere soddisfatte per ottenere la isotropia elettrica.

Poichè nello studio di eventi con più particelle cariche contemporanee è necessario ottimizzare le condizioni di isotropia geometrica ed elettrica, il Prof. G. Salvini in relazione alle ricerche di fotoproduzione della risonanza  $\eta$  ci ha posto il seguente problema:

"Determinare l'andamento del campo elettrico che si manifesta tra i piatti di una camera a scintilla in funzione del tempo e della ascissa tenendo conto delle onde di tensione che possono propagarsi tra i piatti stessi".

Oggetto del presente lavoro è la schematizzazione e la prima risoluzione nel caso monodimensionale del problema anzi detto.

## 1) - Schematizzazione del problema.

L'elemento fondamentale delle camere a scintilla è costituito da due piastre conduttrici, per quanto possibile piane e parallele, tra le quali viene mantenuta una miscela di gas in opportune condizioni di temperatura e pressione. Un semplice dispositivo elettrico (attuato in genere con un gruppo RC ed un interruttore a scintilla ( Spark Gap)) permette di comunicare tra le piastre, al momento voluto, una differenza di potenziale di ampiezza e durata prescelta. Le radiazioni ionizzanti che attraversano le piastre creano nel gas tra queste contenute, delle colonne di ioni ed elettroni.

Si possono raggiungere così, a causa del campo elettrico e delle ionizzazioni esistenti tra le piastre, le condizioni sufficienti all'insorgere di vistose scariche elettriche che, seguendo i cammini ionizzati, evidenziano più o meno fedelmente la traiettoria delle particelle che abbiano attraversato la camera. La riunione in file di numerose coppie di piastre costituisce la camera a scintilla multipla e la efficienza globale del dispositivo così realizzato dipende sia dalla tecnologia con la quale è realizzata la camera (parallelismo, finitura delle superfici, riempimento gassoso, etc.) sia dal sistema di alimentazione elettrica.

In figura 1 è riportato lo schema di una camera a scintilla a un solo spazio e del suo dispositivo di alimentazione ( in due varianti) nel quale una Spark Gap a quattro elettrodi funge da interruttore.

Il meccanismo di funzionamento dell'impulsatore è

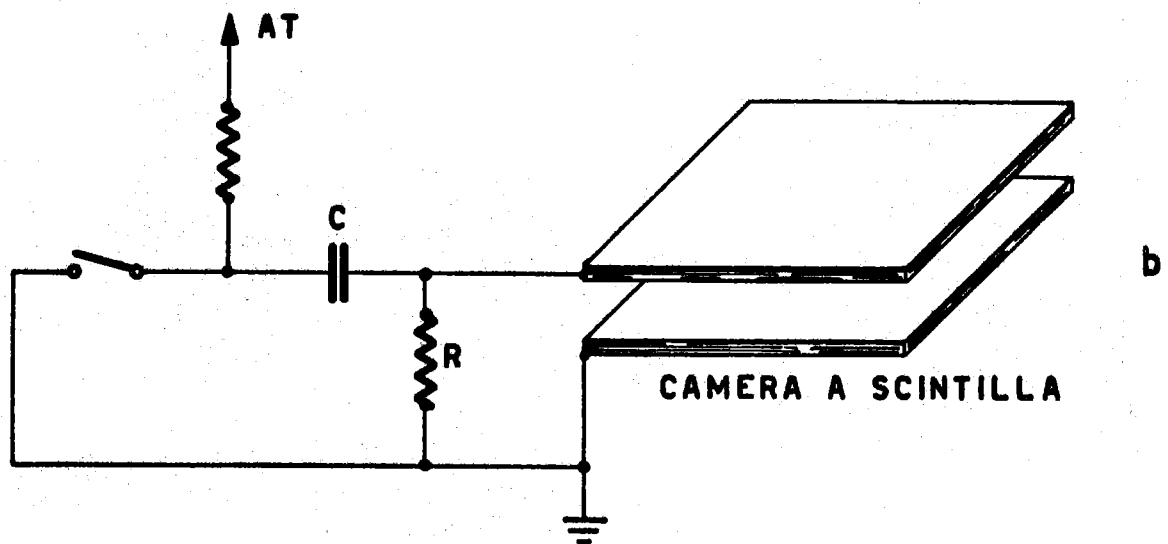
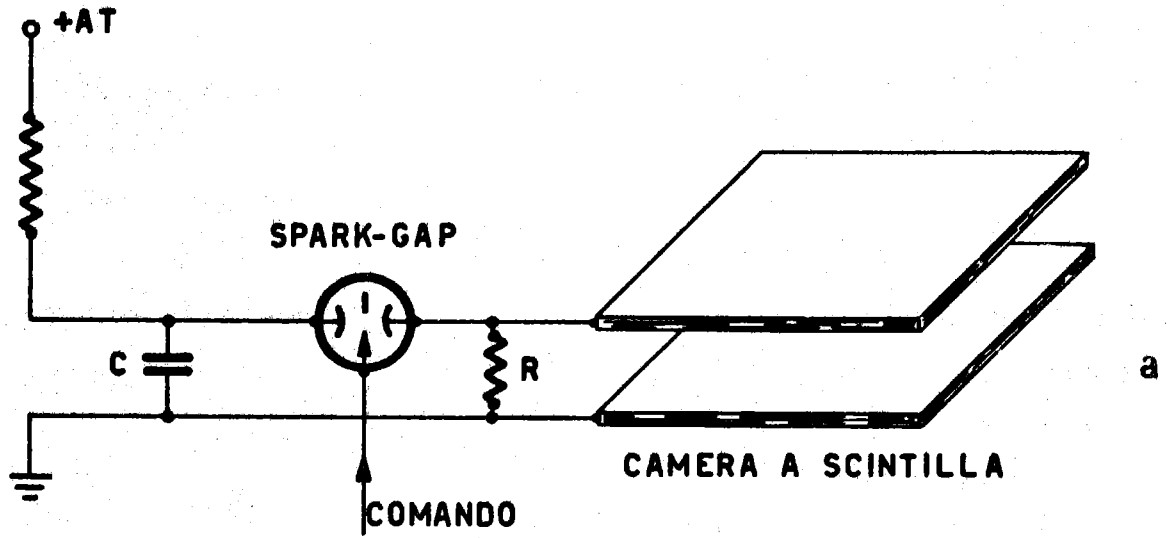


Fig.-1

6.

molto semplice e può essere descritto come segue: si suppone che il generatore di tensione continua sia connesso al condensatore C mediante la resistenza  $\rho$  che in genere è di alto valore; per esempio  $100K\Omega - 1M\Omega$ .

Il condensatore C è connesso, tramite la spark gap, alla resistenza R ed ai piatti della camera a scintilla.

Quando l'impulso di comando (trigger) rende conduttrice la spark-gap allora il condensatore C si scarica sulla resistenza R e tra le piastre che costituiscono la camera a scintilla viene applicata un'onda di differenza di potenziale del tipo di quella disegnata in figura 2.

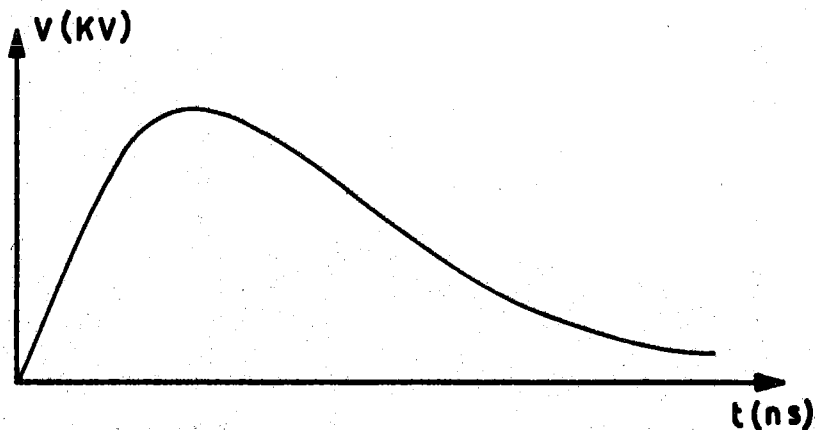


Fig.- 2

Il valore del picco di questa onda è assai prossimo al valore della tensione continua erogata dal generatore AT. Se la resistenza di protezione  $\rho$  ha un valore molto superiore a quello di R, come sempre avviene nella prati

ca, allora le caratteristiche dell'impulso vengono a dipendere solo dai valori del gruppo RC e dalla geometria della camera a scintilla.

Affinchè la camera a scintilla possa funzionare correttamente è necessario che il campo elettrico sia uniforme nella massa del gas. Difatti se queste condizioni sono verificate, allora tutte le particelle che ionizzano in ugual misura hanno la medesima probabilità di dar luogo allo stesso tipo di scarica.

D'altro canto il campo elettrico che si sviluppa entro il gas contenuto tra i piatti potrà essere sufficientemente uniforme (e cioè praticamente indipendente dalle coordinate) solo se le superfici interne dei piatti affacciati sono sufficientemente piane e parallele e coincidono (almeno approssimativamente) con due superfici equipotenziali, ovviamente a potenziale diverso tra di loro.

Tutto ciò premesso vogliamo adesso esaminare quale sia la distribuzione del campo elettrico entro la camera a scintilla dovuta alla scarica del condensatore supponendo che i piatti della camera a scintilla abbiano le superfici interne perfettamente piane e parallele.

Questo nostro studio si riporta sempre all'ipotesi che tra i piatti non scocchi la scintilla (dovuta a particelle ionizzanti o ad altre cause).

Quando tra i piatti avremo una scarica allora la situazione elettrica preesistente verrà notevolmente alterata. Il successivo svolgersi dei fenomeni potrebbe calcolarsi supponendo di inserire tra i punti tra i quali è scoccata la scintilla una ammettenza di valore molto basso.



Scopo del nostro lavoro però è lo studio delle condizioni di tensione e di campo elettrico che produrranno la scarica.

Sotto questi riguardi, tenendo conto che usualmente si lavora in condizioni di campo che portano comunque in breve tempo (20-30 ns) alla scarica, il nostro studio è già notevolmente informativo, pure con le approssimazioni che ci accingiamo a fare, ed anche se si analizza lo andamento della tensione per poche decine di nanosecondi.

Per far questo è necessario analizzare quali siano le condizioni che la geometria della camera a scintilla impone al circuito formatore di impulso ed è facile convincersi che in generale non potranno essere trascurati i fenomeni legati alla propagazione di onde elettromagnetiche tra le superfici che costituiscono la camera a scintilla.

Prendere in esame però tutto il fenomeno della propagazione anzi detta comporta un lavoro notevolmente complesso che non conviene affrontare in questa sede. Verrà studiato invece, ed in modo quantitativo, un particolare modello di camera a scintilla e vedremo come dai risultati acquisiti per il caso particolare si possano trarre conclusioni anche per il più generale.

Consideriamo pertanto il caso di una camera a scintilla, fisicamente realizzabile ed usabile, costituita da due nastri conduttori affacciati come risulta dalla figura 3.

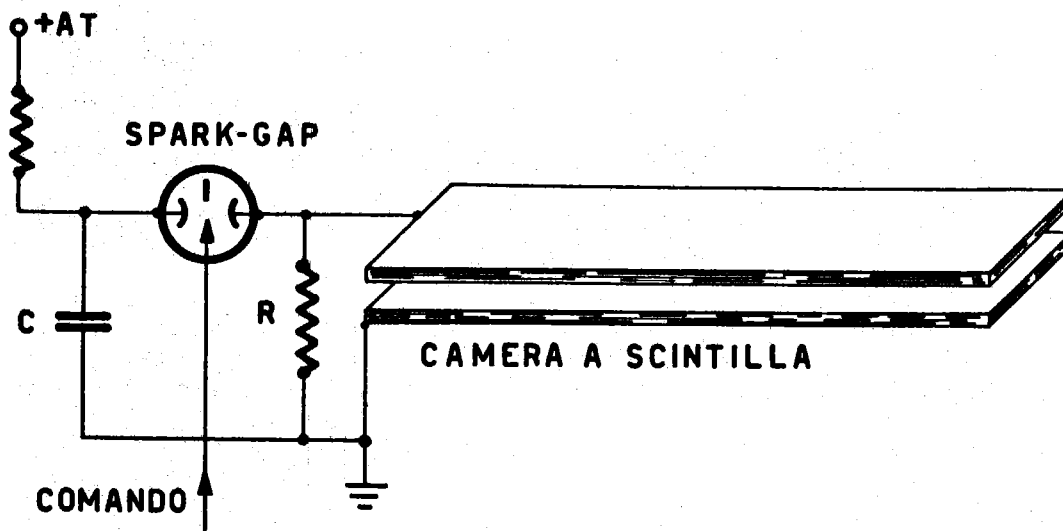


Fig.-3

Questo schema differisce da quello dato in figura 1 in quanto qui si vuol prendere in esame una camera a scintilla nella quale la lunghezza è molto superiore alla lunghezza ed alla distanza dai piatti, essendo il generatore connesso ad uno degli estremi più distanti fra di loro.

Si realizzano in questo modo le ipotesi sufficienti a permettere di considerare come "elementi di linee di trasmissione uniformi," gli elementi che costituiscono la camera a scintilla, e si può applicare al calcolo della distribuzione del potenziale tutto il formalismo delle linee a costanti distribuite.

Il punto più importante che rimane ora è quello di schematizzare correttamente il generatore di impulso.

Questa schematizzazione ed il calcolo di tutta la struttura viene svolto nel successivo paragrafo.

## 2) - Traduzione del problema in equazioni.

Supponiamo adesso di schematizzare gli elementi della particolare camera a scintilla in studio con i conduttori di una linea simmetrica ed uniforme caratterizzata dalla sua impedenza caratteristica  $Z_0$  e dalla sua costante di fase  $\beta$ .

Piochè da un lato le linee in questione sono "corte", cioè la durata degli impulsi che le eccitano è molto maggiore del tempo che un singolo fronte d'onda impiega a percorrere l'intera linea e d'altro canto i materiali metallici impiegati sono sempre ottimi conduttori, è lecito supporre che la linea stessa sia senza perdite e che quindi l'impedenza caratteristica e la costante di propagazione siano rispettivamente puramente reale e puramente immaginaria.

Esaminiamo ora le condizioni ai limiti e cioè le condizioni di chiusura della linea stessa.

Secondo lo schema dato in figura 3 la linea risulta aperta ad un estremo (l'impedenza di chiusura si può ritenere infinita) mentre all'altro è chiusa dal gruppo RC che serve ad alimentarla.

E' della massima importanza riportare nel calcolo esattamente queste condizioni in quanto ad ogni riflessione agli estremi tutto il profilo dell'onda migrante viene modificato ed il tipo di modifica che l'andamento delle onde subisce dipende proprio dalla loro velocità di variazione e quindi da tutta la storia precedente.

Tutto ciò premesso possiamo concludere che lo schema equivalente da analizzare è quello dato in figura 4.

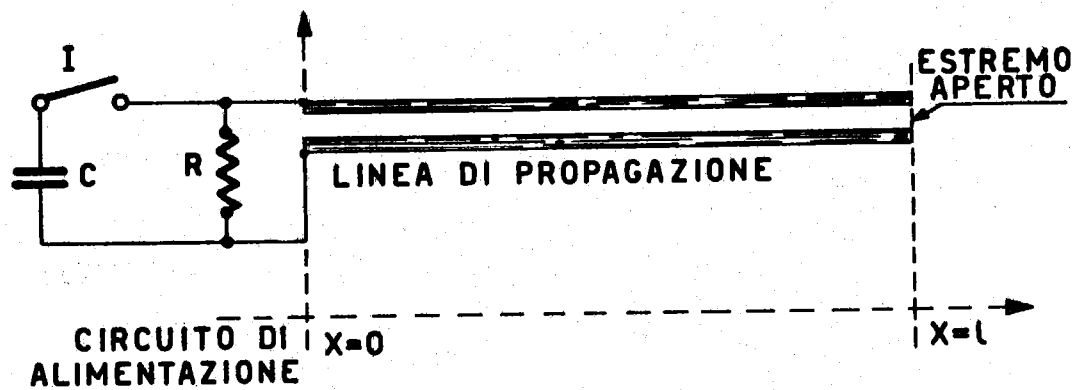


Fig.-4

Conseguentemente occorre ridurre il gruppo RC più interruttore che fungono da generatore ad una opportuna combinazione di elementi ideali (generatori di tensioni ed impedenze) per poter applicare direttamente i risultati della teoria delle linee.

Premesso che occorre eseguire i calcoli in p-trasformata per studiare il regime transitorio dei fenomeni, consideriamo la figura 5 ove è riportato solamente lo schema del circuito di alimentazione.

L'equazione di equilibrio per la corrente che percorre la resistenza R

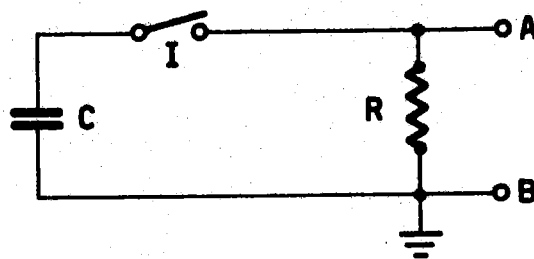


Fig.-5

dopo la chiusura dell'interruttore I, se il condensatore si trova carico a  $+V_0$  volt è:

$$\left(\frac{1}{pC} + R\right) I = \frac{V_0}{p} \quad (1)$$

Osserviamo adesso che la stessa equazione (1) interpreta il funzionamento del circuito dato in figura 6, purchè il generatore posto in serie al condensatore (che ora si suppone scarico) sia ideale ed eroghi una tensione con forma di impulso a gradino. Questa osservazione è importante in quanto ci permette usando il teorema di Thevenin di ridurre il circuito di figura 6 a quello dato in figura 7.

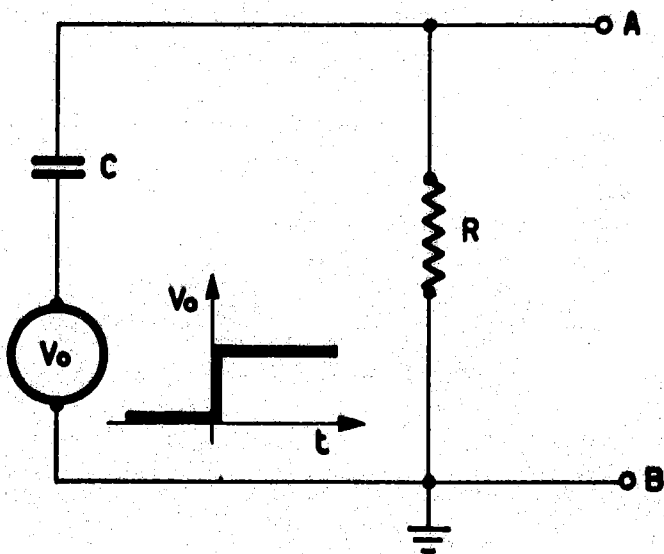


Fig.-6

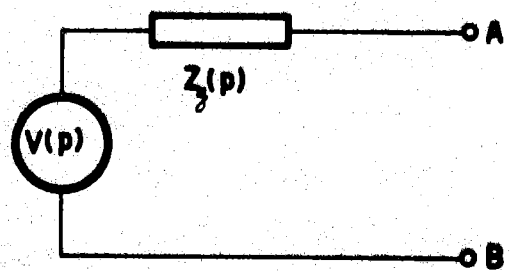


Fig.-7

dove  $V(p)$  e  $Z_g(p)$  indicano le seguenti grandezze:

$$\begin{cases} V(p) = V_0 \frac{RC}{1+pRC} \\ Z_g(p) = \frac{R}{1+pRC} \end{cases} \quad (2)$$

Le equazioni (2) schematizzano esattamente il comportamento del circuito di alimentazione se l'interruttore I fosse pensabile come un interruttore ideale; poichè però esso è praticamente realizzato con una spark gap occorre tener conto del fatto che l'impulso prodotto dovrà avere un tempo di salita diverso da zero ed andamento esponenziale.

Si può tener conto di questo fatto supponendo che in serie al generatore di impulso a gradino, di ampiezza  $V_0$ , venga posto un generatore di tensione che, generando la forma d'onda:

$$V(t) = -V_0 e^{-\alpha t}$$

dove  $\alpha$  è l'inverso della costante di tempo che determina il tempo di salita, simula il comportamento dell'interruttore reale.

Quanto detto conduce ad introdurre nello schema di figura 6 un generatore la cui forma d'onda (scritta in p-trasformata) è:

$$V(p) = V_0 \frac{\alpha}{p(p+\alpha)} \quad (3)$$

Notiamo che l'espressione (3) tende a  $V_0/p$  per  $\alpha$  che tende ad infinito (condizione di interruttore ideale).

Tenendo conto della (3) le espressioni (2) si modificano come segue:

$$\begin{cases} V(p) = \frac{\alpha RC}{(1+pRC)(p+\alpha)} V_0 \\ Z_g(p) = \frac{R}{1+pRC} \end{cases} \quad (4)$$

Siamo ora in grado di risolvere il nostro problema applicando direttamente la formula classica della propagazione della tensione lungo una linea uniforme.

Come si può dimostrare abbastanza facilmente (1) tale espressione vale:

$$V(p;x) = V(p) \frac{Z_0}{Z_g(p) + Z_0} \frac{e^{-\frac{p}{v}x} + \Gamma_2(p) e^{-\frac{p}{v}(2l-x)}}{1 - \Gamma_1(p) \Gamma_2(p) e^{-2\frac{p}{v}l}} \quad (5)$$

dove:

$Z_0$  = impedenza caratteristica (numero reale)

$v$  = velocità di fase delle onde elettromagnetiche che si propagano nel modo TEM; tale velocità coincide con  $1/\sqrt{\epsilon\mu}$  e nel nostro caso  $v = 3 \cdot 10^8$  m/s

$Z_g(p)$  = impedenza di chiusura della linea dal lato generatore

$Z_L(p)$  = impedenza di carico

$\Gamma_1(p)$  e  $\Gamma_2(p)$  sono i coefficienti di riflessione dovuti alle condizioni di chiusura della linea

$$\Gamma_1(p) = \frac{Z_g(p) - Z_0}{Z_g(p) + Z_0} \quad \Gamma_2(p) = \frac{Z_L(p) - Z_0}{Z_L(p) + Z_0}$$

$V(p)$  = tensione formata dal generatore che attraverso  $Z_g(p)$  alimenta la linea.

Sostituendo nella (5) i valori trovati per  $V(p)$  e per  $Z_g(p)$  e ricordando che  $\Gamma_2 = 1$  in quanto una linea aperta ad un estremo si può pensare come terminata in quell'estremo su impedenza infinita, l'espressione (5)

---

(1)

Ronald W.P. King - Transmission-Line Theory

McGRAW-HILL 1955 - pag.76

diventa:

$$V(x; p) = \frac{\alpha V_0}{(p+\alpha) \left[ \frac{RZ_0}{CRZ_0} + p \right]} \left[ e^{-\frac{p}{v}x} + e^{-\frac{p}{v}(2l-x)} \right] \Psi(p) \quad (6)$$

dove

$$\begin{aligned} \Psi(p) &= \frac{1}{1 - \Gamma_1(p) \Gamma_2(p) e^{-2\frac{p}{v}l}} = \\ &= 1 + \frac{\frac{R-Z_0}{RCZ_0} - p}{\frac{R+Z_0}{RCZ_0} + p} e^{-2\frac{p}{v}l} + \left[ \frac{\frac{R-Z_0}{RCZ_0} - p}{\frac{R+Z_0}{RCZ_0} + p} \right]^2 e^{-4\frac{p}{v}l} + \\ &+ \dots + \left[ \frac{\frac{R-Z_0}{RCZ_0} - p}{\frac{R+Z_0}{RCZ_0} + p} \right]^n e^{-2n\frac{p}{v}l} + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

A questo punto poichè la (6) è la trasformata diretta della espressione della ddp lungo la linea occorre an titrasformare questa espressione per ottenere, in forma esplicita, la dipendenza della tensione dalle coordinate e dal tempo.



## 3) - Antitrasformazione e risultati.

L'espressione (6) è costituita da una serie di prodotti i cui fattori sono funzioni razionali fratte, termini esponenziali (con  $p$  ad esponente) ed un termine forzante. Come è noto dalla teoria elementare per la antitrasformazione i moltiplicatori del tipo  $\exp(-pk)$  corrispondono ad una traslazione, nel dominio del tempo, delle funzioni cui questi operatori sono applicati. Le funzioni razionali fratte, che nel nostro caso risultano sempre del tipo:

$$\left[ \frac{K - p}{H + p} \right]^n \quad \text{con } n = 0, 1, 2, \dots$$

si antitrasformano sempre in <sup>(2)</sup> polinomi di grado  $n$ -esimo ed il loro effetto è, per così dire, quello di modulare gli impulsi prodotti dal termine forzante che vale:

$$\frac{\alpha V_0}{[p + \alpha] \left[ \frac{R + Z_0}{CRZ_0} + p \right]}$$

Questo però è riconducibile alla somma algebrica di due frazioni razionali del primo ordine che, antitrasformate, corrispondono alla differenza di due termini esponenziali. Da quanto detto è facile prevedere esattamente la forma della soluzione che risulta infatti essere una sovrapposizione di impulsi a forma esponenziale che si muovono lungo la linea attenuandosi nel tempo.

---

(2)

A. ERDELYI, W. MAGNUS, F. OBERHETTINGER, F. G. TRICOMI  
tables of integrals transform - McGRAW-HILL 54 Volume I°.

Seguendo le linee esposte si potrebbe procedere alla antitrasformazione della (6). Tale lavoro risulta facile per quanto estremamente lungo. Quelli che a noi interessano, però, sono esclusivamente i risultati numerici che, data la complessità del calcolo, debbono essere tassativamente eseguiti per mezzo di un calcolatore elettronico; tenendo presente tutto questo abbiamo cercato se esiste una formula ricorrente che esprimesse esattamente la antitrasformazione voluta, consentendo però una spedita programmazione e bassi tempi di elaborazione al calcolatore, tale formula è stata trovata (vedi appendice 1) ed ha la seguente espressione:

$$\frac{V(t;x)}{\alpha V_0} = \sum_{j=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_{n0} e^{-\alpha T_{nj}} + e^{-\beta T_{nj}} \sum_{m=1}^n A_{n,m} \sum_{k=1}^{n+1-m} \binom{n-m}{k-1} (-\beta)^{k-1} \frac{T_{nj}^{m+k-2}}{(m+k-2)!} \right] \quad (8)$$

dove:

$$n = \frac{1}{2l} [tv + 2l - x]$$

$$A_{n0} = \frac{[\gamma + \alpha]^{n-1}}{[\beta - \alpha]^n}$$

$$A_{n1} = - \frac{[\gamma + \alpha]^{n-1}}{[\beta - \alpha]^n} \quad (9)$$

$$A_{n,i} = (-1)^i \binom{n-1}{n+1-i} \gamma^{i-2} - A_{n,i-1} \alpha - \binom{n}{i-1} A_{n0} \beta^{i-1} \quad \text{con } i=2,3,\dots,n$$

$$\gamma = \frac{R-Z_0}{CRZ_0} \quad \beta = \frac{R+Z_0}{CRZ_0}$$

$$T_{n1} = t - \frac{1}{v} [2(n-1)l + x] \quad T_{n2} = t - \frac{1}{v} (2nl - x)$$

Una relazione estremamente più semplice e che, con maggiore immediatezza, da conto dei complessi fenomeni è quella che si ricava antitrasformando la (6) quando si sia posto pari a zero il tempo di salita degli impulsi (caso dell'interruttore ideale).

Tale relazione anche essa posta in forma ricorrente per le ragioni già dette, ha la seguente forma:

$$\frac{V(t,x)}{V_0} = \sum_{i=1}^{n'} \sum_{j=1}^2 \cdot e^{-\beta T_{nj}} \sum_{i=1}^n (-1)^{n-i} \left( \frac{2T_{nj}}{CZ_0} \right)^{i-1} \binom{n-1}{i-1} \frac{t}{(i-1)!} \quad (10)$$

La (8) e la (10) risolvono esattamente il problema della camera a scintilla monodimensionale e, premesso che la via numerica è l'unica che consente la visualizzazione dei fenomeni, si possono fin d'ora trarre le seguenti conclusioni:

- 1) Tra i piatti della camera a scintilla si hanno onde di tensione migranti che si riflettono ad entrambi gli estremi. Conseguentemente la ddp tra i piatti è soggetta a forti variazioni che sono funzioni del punto e del tempo.
- 2) Vale (sia per il tempo di salita zero, che per quello diverso da zero) il principio di similitudine, che in questo caso si enuncia come segue: Due camere a scintilla di lunghezza  $l$  ed  $l'$  hanno identico il diagramma della  $V$  in funzione di  $t$  ed  $x$ , pur di cambiare il valore dei parametri  $\alpha$  e  $CZ_0$  (competenti alla prima camera) nei corrispondenti  $\alpha'$  e  $(CZ_0)'$  secondo le relazioni:

$$\alpha' = \alpha \frac{l}{l'} \qquad (cZ_0)' = cZ_0 \frac{l'}{l}$$

mentre le scale dei tempi e delle lunghezze per la camera di lunghezza  $l'$  si desumono da quelli relativi per la camera di lunghezza  $l$  moltiplicati per il rapporto  $l'/l$ .

- 3) L'andamento nel tempo della ddp espresso dalle (8) e (10) deve contenere, come in effetti contiene, infiniti punti di discontinuità (gli archi di esponenziale si raccordano attraverso discontinuità di prima specie). Ciò non deve meravigliare in quanto le linee di propagazione sono state supposte senza perdite.

Questa ipotesi, che permette di semplificare grandemente il calcolo, non altera sostanzialmente i dati del problema e si può quindi ritenere che i risultati ottenuti corrispondano effettivamente all'andamento dei fenomeni pur di pensare opportunamente raccordati i punti angolosi (le discontinuità che danno luogo ad un "salto", si ottengono tutte le volte che si pone = 0 il tempo di salita degli impulsi).

#### 4) - Risultati numerici.

Allo scopo di chiarire con degli esempi particolari quanto ricavato con formule generali, sono stati tabulati i seguenti tre casi che, stante il principio di simmetria, permettono di dedurre il diagramma di  $V(t;x)$  per le camere a scintilla che più frequentemente vengono costruite e cioè:

I° - Nei diagrammi dati in figg. 8-9-10-11 sono riportati i risultati delle analisi fatte per una camera a scintilla lunga  $l = 30$  cm. schematizzata con una linea ideale senza perdite, della stessa lunghezza e di impedenza caratteristica pari a  $10\Omega$ .

L'eccitazione è data con il sistema indicato in figura 5 dove la spark-gap è schematizzata con un interruttore ideale.

Ogni diagramma esprime l'andamento nel tempo della tensione che si manifesta ad una certa ascissa (0 - 10 - 20 - 30 cm rispettivamente).

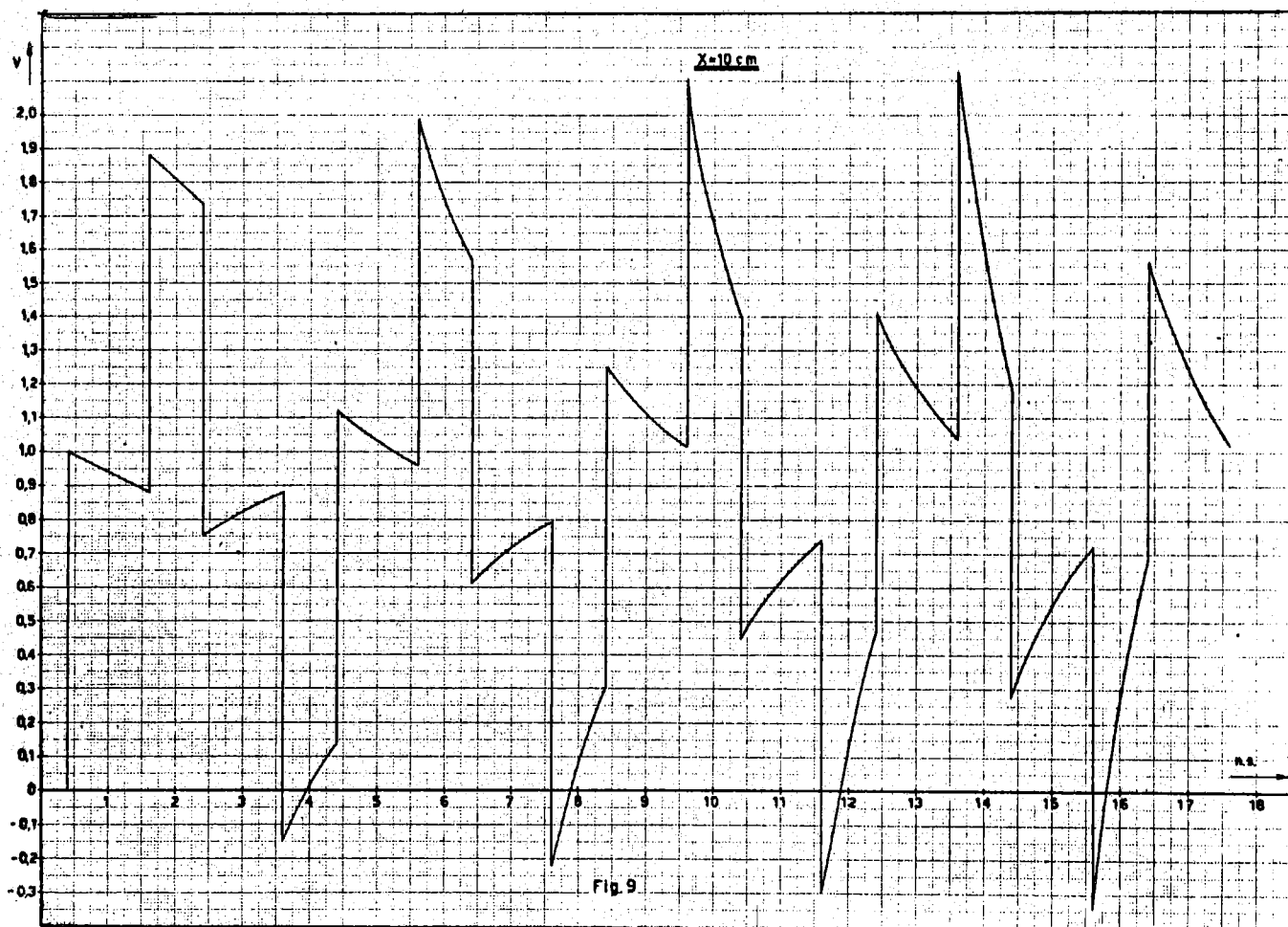
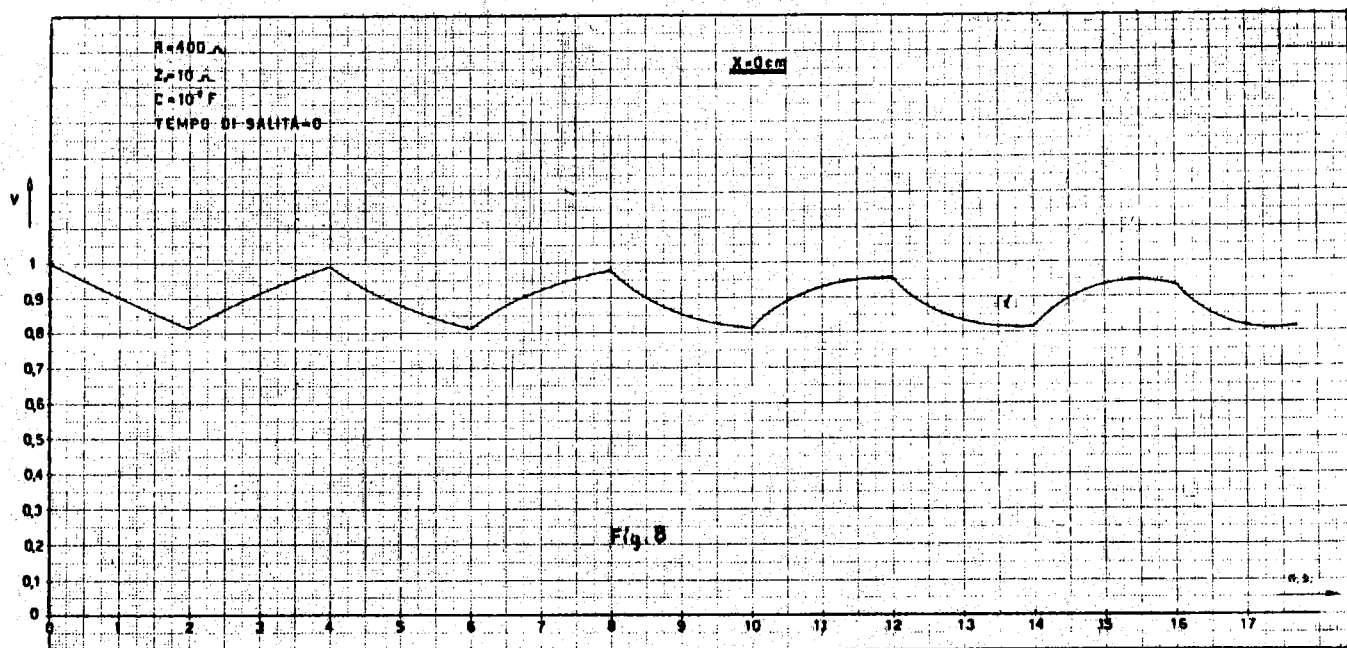
Osserviamo che le discontinuità del tipo a gradino sono dovute alla composizione di onde riflesse ciascuna delle quali ha fronte di salita infinitamente ripido.

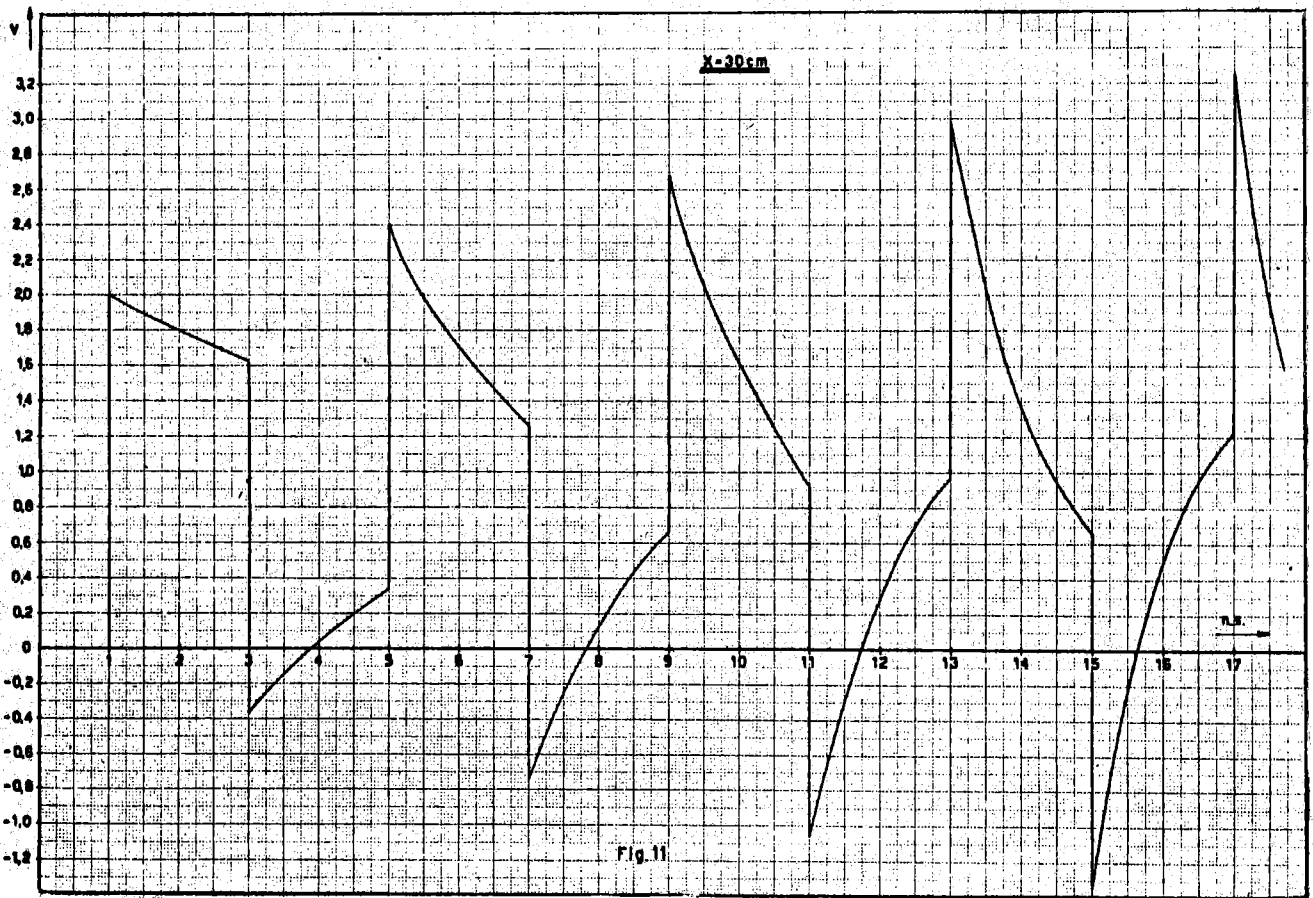
II° - Nei diagrammi 12 - 13 - 14 - 15 è ripetuta l'indagine per la stessa camera a scintilla ma supponendo che l'impulso eccitante avesse tempo di salita diverso da zero (costante di tempo per la salita  $\tau = 10$  ns), ciò corrisponde a schematizzare più esattamente il comportamento della spark gap che funge da interruttore.

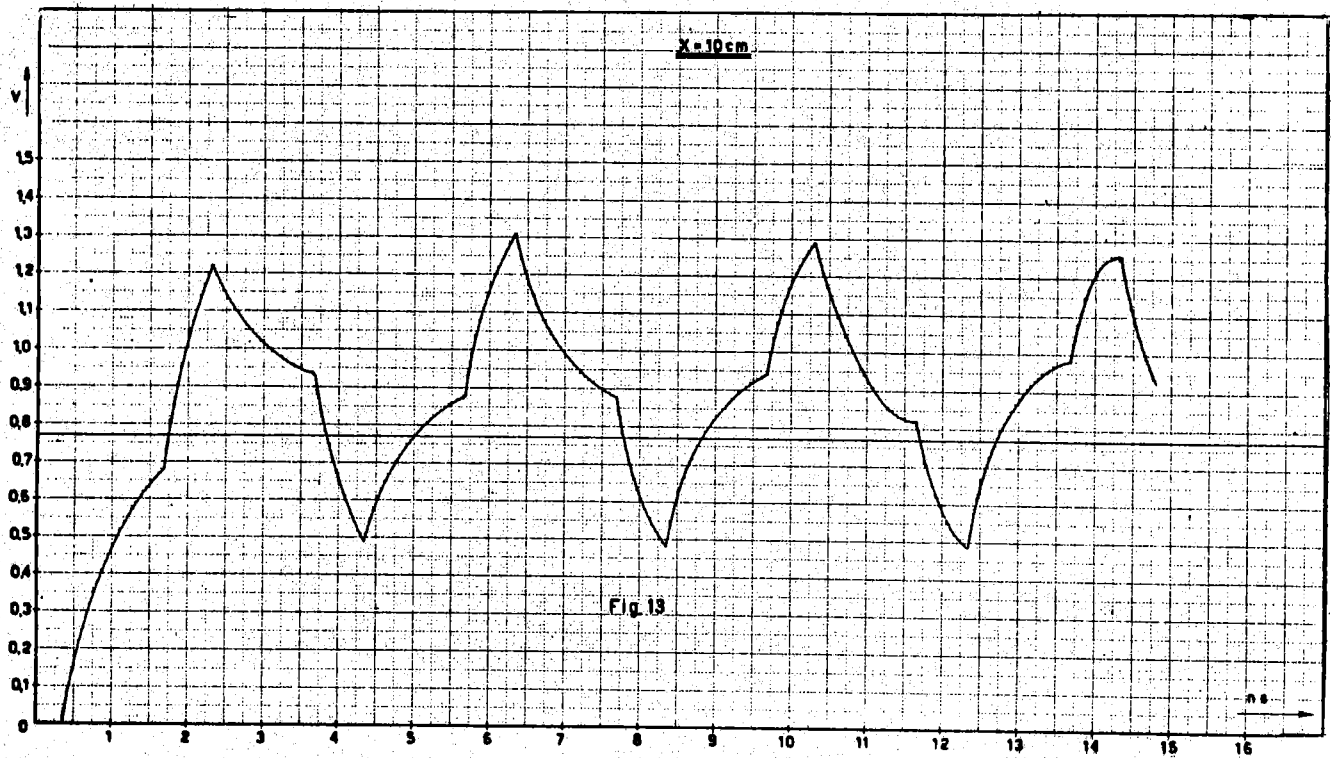
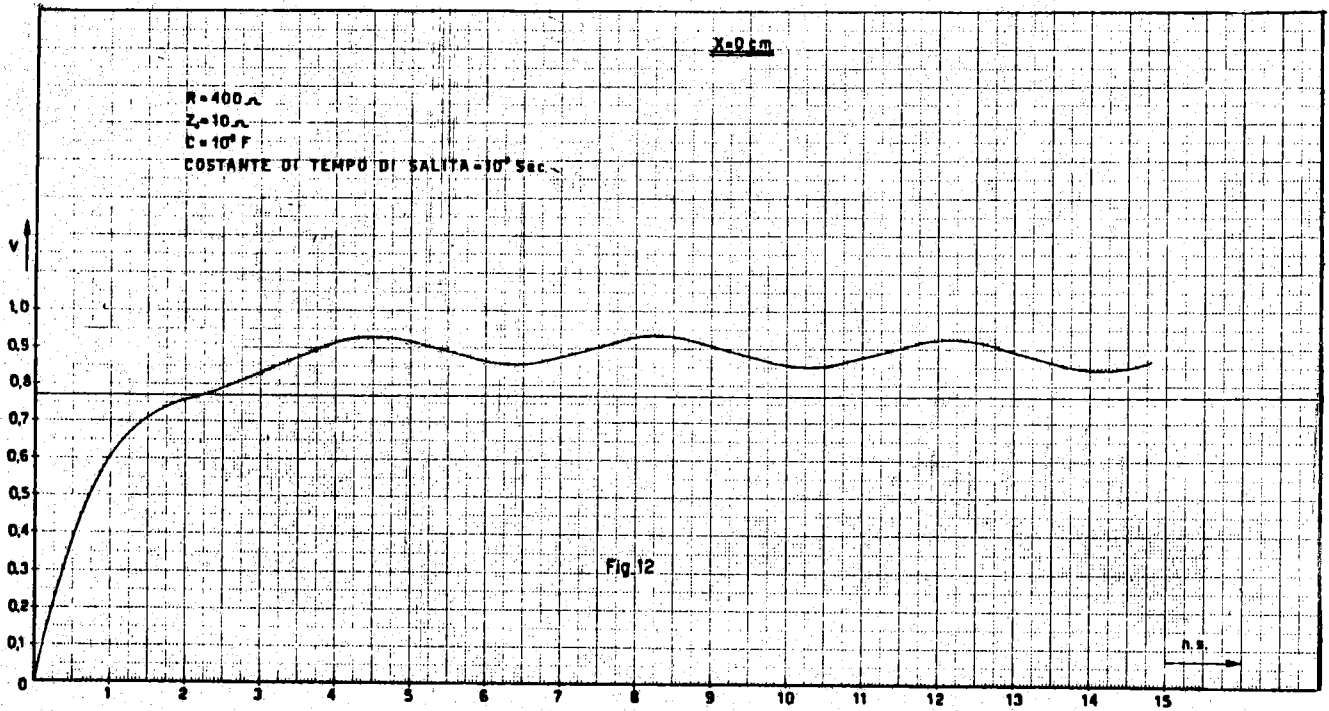
Si può notare come siano sparite le discontinuità di tipo a gradino e come, al crescere delle ascisse e del tempo, le varie discontinuità divengano meno pronunciate.

III° - In figura 16 sono riportati i grafici relativi ad una camera a scintilla, sempre dello stesso tipo, ma lunga 3 metri.

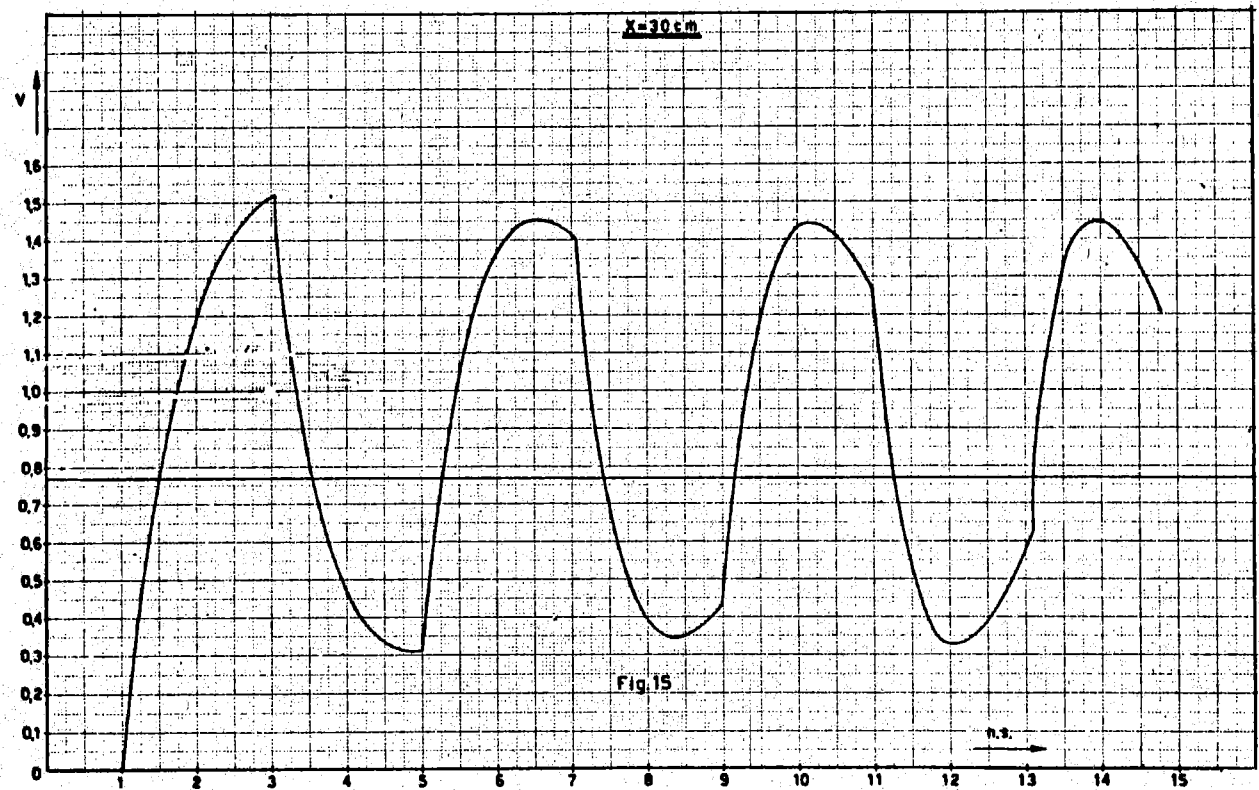
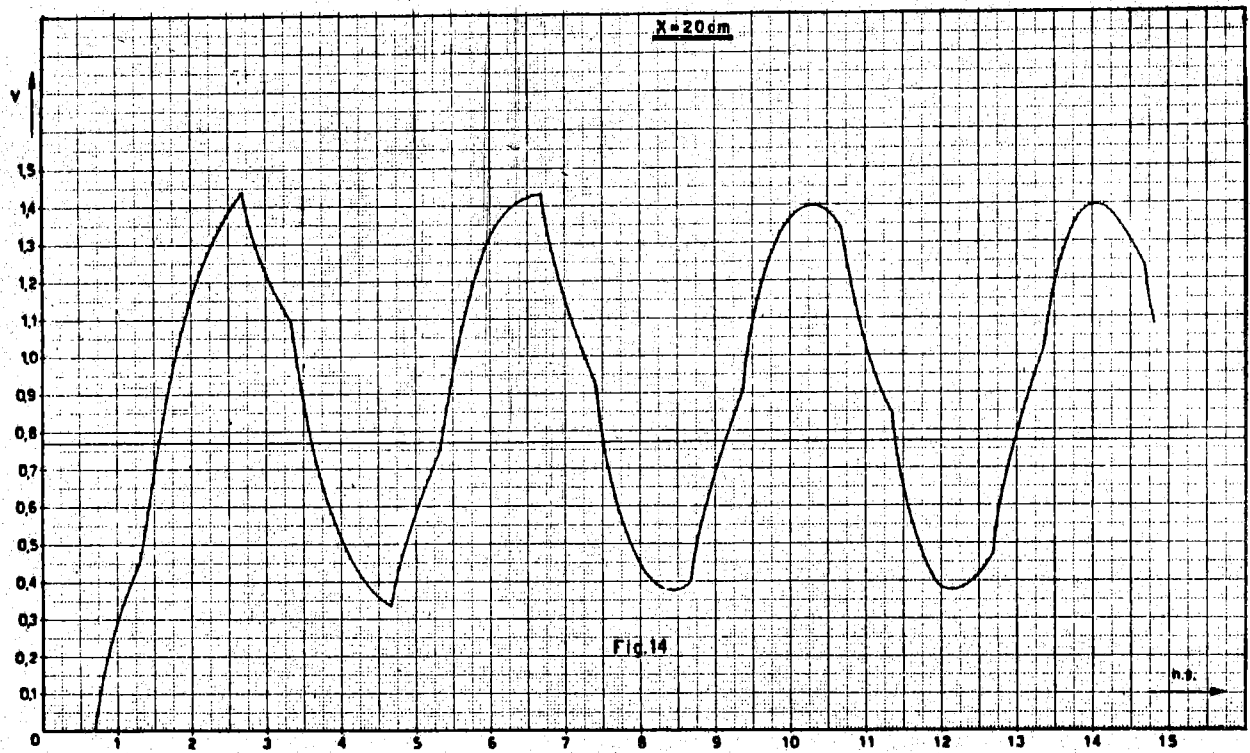
La costante di tempo per la salita dell'impulso di comando è stata presa uguale a  $10^{-9}$  secondi.











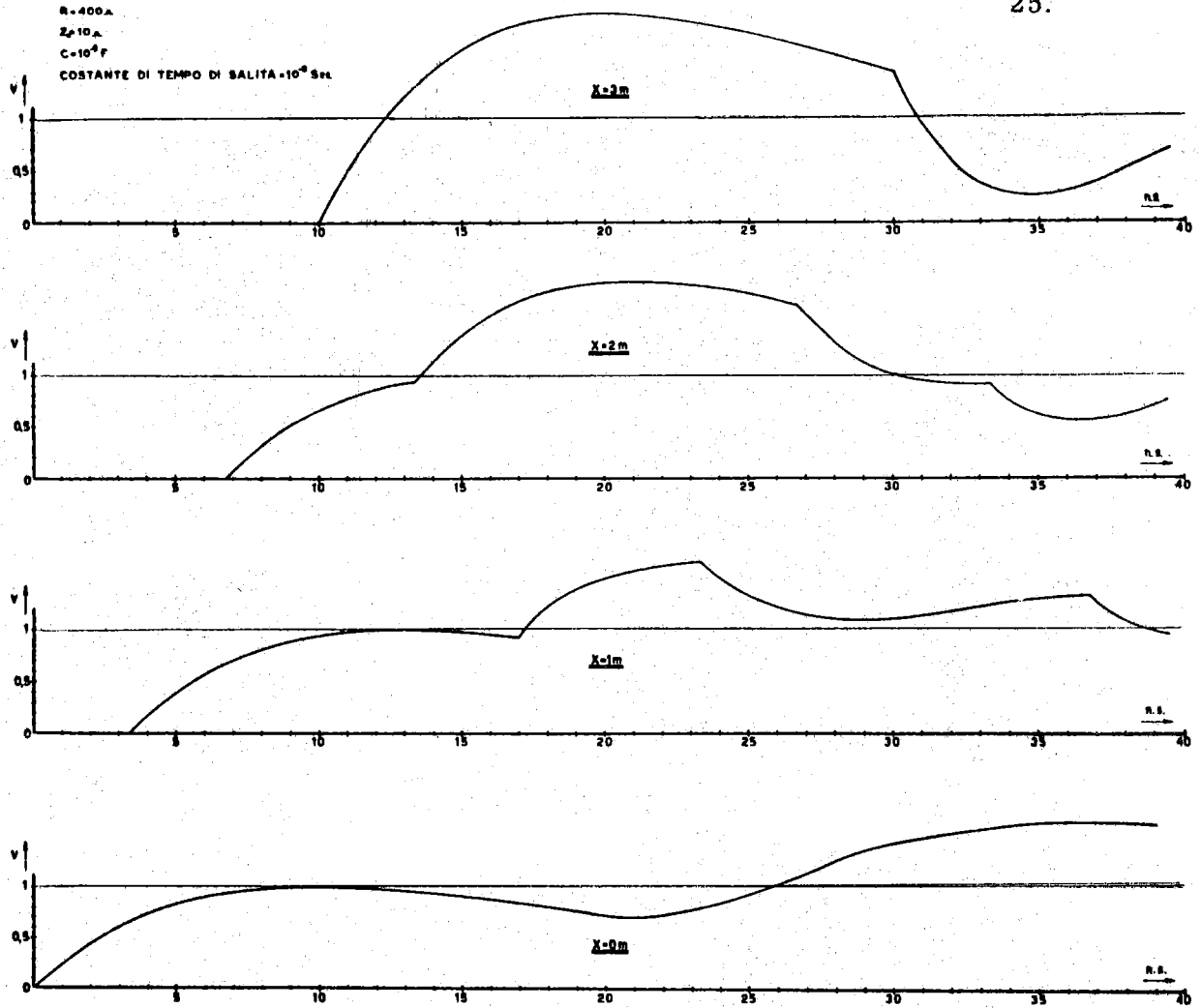
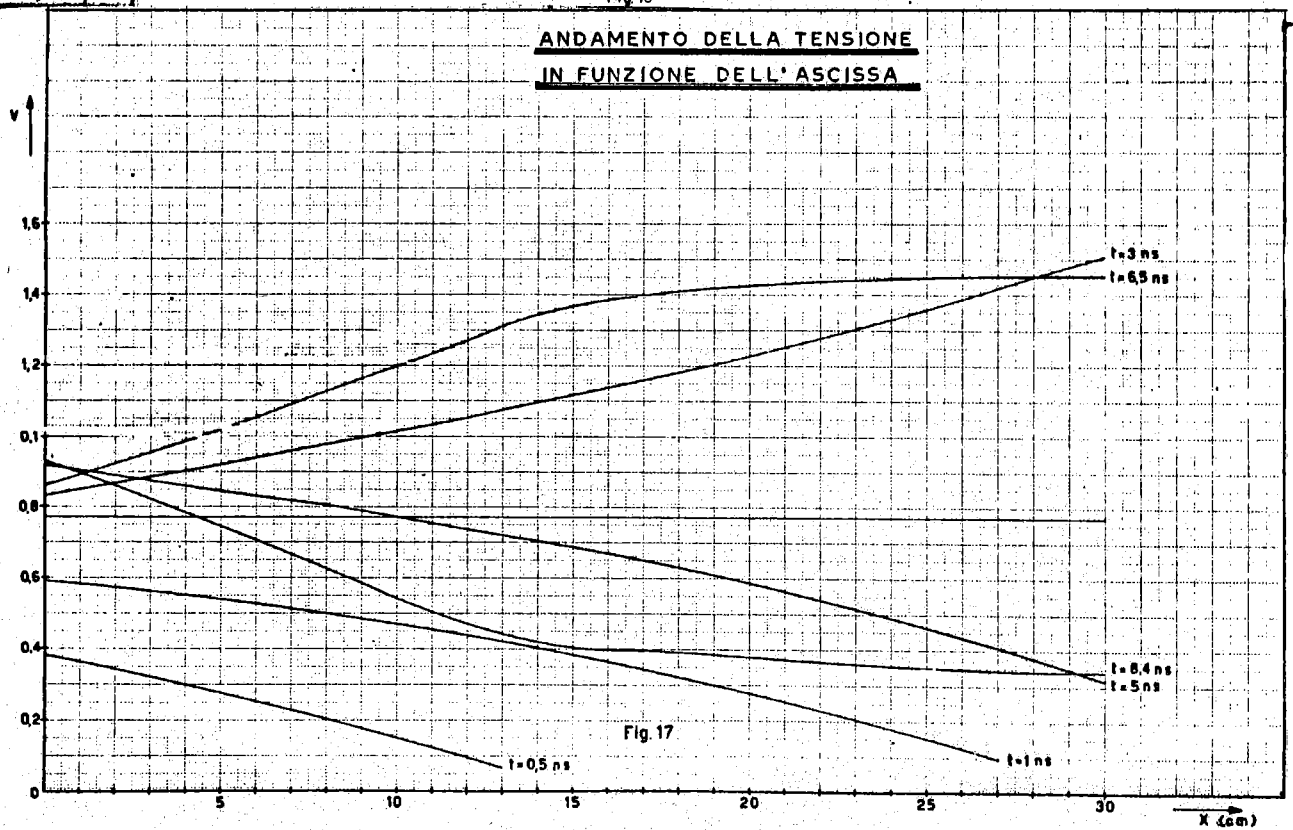


Fig. 16



### Conclusioni.

Il caso monodimensionale trattato chiarisce l'andamento dei complessi fenomeni che avvengono all'atto della energizzazione di una camera a scintilla e permette di stabilire che, specialmente se gli impulsi di comando sono molto rapidi, le camere a scintilla non sono isotrope di fronte alla probabilità di una scarica ed alla evidenziazione di più particelle cariche che abbiano attraversato quasi contemporaneamente la camera.

Quanto detto può essere notevolmente evidenziato riportando in un diagramma la tensione tra i fratti di una camera a scintilla in funzione della ascissa ed assumendo come parametro il tempo che risulta così in una costante relativa ad ogni curva.

Le curve che così si ottengono possono essere considerate come delle fotografie, prese ad istanti diversi, dell'andamento del campo tra i piatti.

Prendiamo ad esempio un caso particolare: partendo dai diagrammi dati nelle figure 12 - 13 - 14 - 15 - è stato possibile costruire il diagramma dato in figura 17.

Questo ci permette di apprezzare il grado di disuniformità della tensione lungo la linea che schematizza la camera e come varierà tutta la configurazione del campo al variare del tempo.

### Ringraziamenti

Gli autori desiderano ringraziare vivamente il Prof. G. Salvini per il costante incoraggiamento e per tutti gli utili suggerimenti dati durante la stesura di questo lavoro.

### Appendice 1.

Riportiamo qui i calcoli eseguiti per ricavare le relazioni (8) e (10) e le indicazioni per l'uso dei programmi relativi alle loro tabulazioni.

a) tempo di salita diverso da zero.

Ricordando che abbiamo posto

$$\gamma = \frac{R - Z_0}{C R Z_0} \quad e \quad \beta = \frac{R + Z_0}{C R Z_0}$$

dalle (6) e (7) si ha:

$$\begin{aligned} \frac{V(p; x)}{\alpha V_0} = & \frac{1}{(p+\alpha)(p-\beta)} \left[ e^{-\frac{p}{\alpha} x} + e^{-\frac{p}{\alpha} (2l-x)} \right] + \frac{\gamma - p}{(p+\alpha)(p+\beta)^2} \left[ e^{-\frac{p}{\alpha} (2l+x)} + e^{-\frac{p}{\alpha} (4l-x)} \right] + \\ & + \dots + \frac{(\gamma - p)^{n-1}}{(p+\alpha)(p+\beta)^n} \left[ e^{-\frac{p}{\alpha} [2(n-1)l+x]} + e^{-\frac{p}{\alpha} (2nl-x)} \right] + \dots \end{aligned}$$

Osserviamo che il tempo n-esimo può scriversi:

$$V_n(p; x) = \left[ \frac{A_{n0}}{p+\alpha} + \frac{A_{n1} p^{n-1} + A_{n2} p^{n-2} + \dots + A_{n,n-1} p + A_{nn}}{(p+\beta)^n} \right] \left[ e^{-\frac{p}{\alpha} [2(n-1)l+x]} + e^{-\frac{p}{\alpha} (2nl-x)} \right] \quad (11)$$

Risolvendo le  $A_{n,i}$  ( $i=0,1,\dots,n$ ) si trovano appunto le relazioni (9); ponendo ancora

$$T_{n1} = t - \frac{1}{\alpha} [2(n-1)l+x] \quad T_{n2} = t - \frac{1}{\alpha} (2nl-x)$$

ed antitrasformando, la (11) assume la forma:

$$\begin{aligned} V_n(t; x) = & A_{n0} e^{-\alpha T_{n1}} + \left\{ A_{n1} + [A_{n2} - \binom{n-1}{n} A_{n1} \beta] \frac{T_{n1}}{1!} + \dots + [A_{nn} - A_{n,n-1} \beta + \dots + A_{n1} (-\beta)^{n-1}] \frac{T_{n1}^{n-1}}{(n-1)!} \right\} e^{-\beta T_{n1}} + \\ & + A_{n0} e^{-\alpha T_{n2}} + \left\{ A_{n1} + [A_{n2} - \binom{n-1}{n} A_{n1} \beta] \frac{T_{n2}}{1!} + \dots + [A_{nn} - A_{n,n-1} \beta + \dots + A_{n1} (-\beta)^{n-1}] \frac{T_{n2}^{n-1}}{(n-1)!} \right\} e^{-\beta T_{n2}} \end{aligned}$$

ed in forma più concisa:

$$V_n(t;x) = \sum_j^2 \left[ A_{n0} e^{-\alpha T_{nj}} + e^{-\beta T_{nj}} \sum_m^n A_{n,m} \sum_k^{n+1-m} \binom{n-m}{k-1} (-\beta)^{k-1} \frac{T_{nj}^{m+k-2}}{(m+k-2)!} \right]$$

quindi il potenziale ha l'espressione:

$$\begin{aligned} \frac{V(t;x)}{\alpha V_0} &= \sum_n^{n^*} V_n(t;x) = \\ &= \sum_n^{n^*} \sum_j^2 \left[ A_{n0} e^{-\alpha T_{nj}} + e^{-\beta T_{nj}} \sum_m^n A_{n,m} \sum_k^{n+1-m} \binom{n-m}{k-1} (-\beta)^{k-1} \frac{T_{nj}^{m+k-2}}{(m+k-2)!} \right] \quad (8) \end{aligned}$$

Questa relazione è stata programmata in FORTRAN per elaboratore 1620 IBM con 20K memorie, i simboli usati sono:

- ELLE - lunghezza della camera
- TAU -  $1/v$
- VVO - ampiezza dell'impulso a gradino
- R - resistenza
- C - capacità del condensatore
- ZO - impedenza caratteristica
- IXMAX - numero di punti sulla linea in cui si vuole studiare l'andamento della tensione
- X(I) - ascissa dei punti sulla linea, dati secondo la sequenza:  $X_1, X_2, \dots, X_{IXMAX}$
- T - valore del tempo da cui si vuole incominciare la osservazione dell'andamento della  $V(\bar{t};x)$
- H - incremento del tempo
- ALFA - inverso della costante del tempo che determina il tempo di salita

L'uscita dei dati è del seguente tipo:

T	$X_1$	$V_1$
T	$X_2$	$V_2$
.....		
T	$X_{IXMAX}$	$V_{IXMAX}$

Se lo switch 2 è OFF si ha solo la perforazione su schede, se lo switch 2 è ON si ha anche l'uscita su macchina da scrivere.

Se lo switch 1 è ON dopo ogni uscita si ha incremento del tempo e un nuovo calcolo, se invece è OFF accetta nuovi dati da calcolare.

```

C      ANDAMENTO DELLA TENSIONE IN UNA SPARK CHAMBER
C      IN FUNZIONE DELLE COORDINATE E DEL TEMPO
C      CON TEMPO DI SALITA FINITO
      DIMENSION V(10),X(10)
90    ACCEPT 1,IXMAX
      ACCEPT 2,VV0,ELLE,TAU
      ACCEPT 2,R,C,Z0
      ACCEPT 2,T,H,ALFA
      DO 100 I=1,IXMAX
      ACCEPT 3,X(I)
      V(I)=0.
100   CONTINUE
      FACOM=(R+Z0)/(C*R*Z0)
      GAMMA=(R-Z0)/(C*R*Z0)
      FATC=1./(FACOM-ALFA)
101   DO 702 J=1,IXMAX
      VV1=0.
      SI=1.
      FATTI=1.
      FAIMI=1.
      I=0
701   I=I+1
      IT2=0
      DI=1
      FAIMI=FATTI
      FATTI=FATTI*DI
      FATCO=1.
      DO 201 II=1,I
      A=FATC*FATCO
      FATCO=FATCO*(GAMMA+ALFA)*FATC
201   CONTINUE
      AO=A
      T1=T-TAU*(2.*(DI-1.)*ELLE+X(J))
      IF(T1)1702,1203,1203
1203  ESP1=ALFA*T1
      IF(ESP1-200.)202,203,203
203   ET1=0.
      GO TO 204
202   ET1=EXP(-ESP1)
204   T2=T-TAU*(2.*DI*ELLE-X(J))
      IF(T2)206,1204,1204
1204  ESP1=ALFA*T2
      IF(ESP1-200.)205,206,206
205   ET2=EXP(-ESP1)
      GO TO 207
206   ET2=0.
207   VV1=VV1+A*(ET1+ET2)
      SUMM1=0.
      SUMM2=0.
      ESP1=FACOM*T1

```

```

IF (ESP1-200.)300,1300,1300
1300 ET1=0.
      GO TO 1301
300 ET1=EXP(-ESP1)
1301 ESP1=FACOM*ET2
      IF (ESP1)301,1311,1311
1311 IF (ESP1-200.)302,301,301
301 IT2=1
      ET2=0.
      IF (ET1)909,1701,303
302 ET2=EXP(-ESP1)
303 TM1=1.
      TM2=1.
      FATM=1.
      DO 607 M=1,1
      IF (M-2)402,403,403
402 SM=-1.
      A=-A
      GO TO 1502
403 SM=-SM
      MAXFA=M-2
      IGOFA=1
      GO TO 930
1404 F1=FATT
      MAXFA=M-1
      IGOFA=2
      GO TO 930
1414 F2=FATT
      MAXFA=1+1-M
      IGOFA=3
      GO TO 930
405 F3=FATT
      PRBIN=FAIMI/(F3*F1)
      SEBIN=FATTI/(F3*F2)
      GA=1.
      BE=1.
      IF (M-2)502,502,501
501 MMAX=M-2
      DO 503 MM=1,MMAX
      GA=GA*GAMMA
      BE=BE*FACOM
503 CONTINUE
502 BE=BE*FACOM
      A=SI*SM*PRBIN*GA-A*ALFA-SEBIN*BE*AO
1502 SUM1=0.
      SUM2=0.
      GAMM=1.
      TK1=TM1
      TK2=TM2

```



```

MAXFA=I-M
IGFA=6
GO TO 930
980 SUBIN=FATT
PDBIN=1.
KMAX=I+I-M
DO 604 K=1,KMAX
DK=K
PDBIN=PDBIN*DK
PDBI1=PDBIN/DK
MAXFA=M+K-2
IGFA=4
GO TO 930
1900 FATK=FATT
MAXFA=KMAX-K
IGFA=5
GO TO 930
600 DENFA=FATT
BIN=SUBIN/(PDBI1*DENFA)
601 COM=GAMM*BIN/FATK
SUM1=SUM1+COM*TK1
TK1=TK1*T1
IF(IT2-1)602,603,603
602 SUM2=SUM2+COM*TK2
TK2=TK2*T2
603 GAMM=-GAMM*FACOM
604 CONTINUE
TM1=TM1*T1
SUMM1=SUMM1+SUM1*A
IF(IT2-1)605,606,606
605 TM2=TM2*T2
SUMM2=SUMM2+SUM2*A
606 CONTINUE
607 CONTINUE
SUMM1=SUMM1*ET1
SUMM2=SUMM2*ET2
1701 VV1=VV1+SUMM1+SUMM2
SI=-SI
GO TO 701
1702 V(J)=VV1*ALFA*VV0
702 CONTINUE
IF(SENSE SWITCH 2)704,705
704 DO 703 MM=1,IXMAX
TYPE 2,T,X(MM),V(MM)
703 CONTINUE

```

```
TYPE 4
705 Do 706 MM=1, IXMAX
      PUNCH 2, T, X(MM), V(MM)
706 CONTINUE
      PUNCH 4
      T=T+H
      IF(SENSE SWITCH 1)101,90
999 STOP
930 IF(MAXFA-1)904,904,901
901 FATT=1.
      MM=1
902 DMM=MM
      FATT=FATT+DMM
      MM=MM+1
      IF(MM-MAXFA)902,902,900
904 FATT=1.
900 Go To(1404,1414,405,1900,600,980),1404FA
      END
```

b) Tempo di salita uguale a zero.

Per ricavare la (10) osserviamo che per  $\alpha$  tendente ad infinito la (11) diventa:

$$V(p, x) = \frac{1}{p+\beta} \left[ e^{-\frac{p}{\nu}x} + e^{-\frac{p}{\nu}(2l-x)} \right] + \frac{\gamma-p}{(p+\beta)^2} \left[ e^{-\frac{p}{\nu}(2l+x)} + e^{-\frac{p}{\nu}(4l-x)} \right] + \dots + \frac{(\gamma-p)^{n-1}}{(p+\beta)^n} \left[ e^{-\frac{p}{\nu}[2(n-1)l+x]} + e^{-\frac{p}{\nu}(2nl-x)} \right] + \dots$$

Consideriamo ancora il termine n-esimo

$$V_n(p; x) = \frac{(\gamma-p)^{n-1}}{(p+\beta)^n} \left[ e^{-\frac{p}{\nu}[2(n-1)l+x]} + e^{-\frac{p}{\nu}(2nl-x)} \right] = \frac{\gamma^{n-1} - \binom{n-1}{1}\gamma^{n-2}p + \dots + (-1)^{n-2}\binom{n-1}{n-2}\gamma p^{n-2} + (-1)^{n-1}p^{n-1}}{(p+\beta)^n} \left[ e^{-\frac{p}{\nu}[2(n-1)l+x]} + e^{-\frac{p}{\nu}(2nl-x)} \right]$$

posto per la semplicità di scrittura

$$\lambda_1 = (-1)^{n-1}$$

$$\lambda_2 = (-1)^{n-2} \binom{n-1}{n-2} \gamma$$

.....

$$\lambda_{n-1} = -\binom{n-1}{1}$$

$$\lambda_n = 1$$

antitrasformato si ha:

$$V_n(t; x) = \left\{ \lambda_1 + [\lambda_2 - \binom{n-1}{1}\lambda_1\beta] \frac{T_{n1}}{1!} + \dots + [\lambda_n - \lambda_{n-1}\alpha + \dots + \lambda_1(-\beta)^{n-1}] \frac{T_{n1}^{n-1}}{(n-1)!} \right\} e^{-\beta T_{n1}} + \left\{ \lambda_1 + [\lambda_2 - \binom{n-1}{1}\lambda_1\beta] \frac{T_{n2}}{1!} + \dots + [\lambda_n - \lambda_{n-1}\alpha + \dots + \lambda_1(-\beta)^{n-1}] \frac{T_{n2}^{n-1}}{(n-1)!} \right\} e^{-\beta T_{n2}}$$

da cui si ottiene facilmente

$$\begin{aligned}
 V_n(t;x) &= \left\{ (-1)^{n-1} + (-1)^{n-2} \frac{(n-1)!}{(n-2)!1!} \frac{2T_{n1}}{cZ_0} \frac{1}{1!} + (-1)^{n-3} \frac{(n-1)!}{2!(n-3)!} \left( \frac{2T_{n1}}{cZ_0} \right)^2 \frac{1}{2!} + \dots \right\} e^{-\beta T_{n1}} + \\
 &+ \left\{ (-1)^{n-1} + (-1)^{n-2} \frac{(n-1)!}{(n-2)!1!} \frac{2T_{n2}}{cZ_0} \frac{1}{1!} + (-1)^{n-3} \frac{(n-1)!}{2!(n-3)!} \left( \frac{2T_{n2}}{cZ_0} \right)^2 \frac{1}{2!} + \dots \right\} e^{-\beta T_{n2}} = \\
 &= \sum_{j=1}^2 \sum_{m=1}^n (-1)^{n-m} \binom{n-1}{m-1} \left( \frac{2T_{nj}}{cZ_0} \right)^{m-1} \frac{1}{(m-1)!} e^{-\beta T_{nj}}
 \end{aligned}$$

Quindi per il potenziale si ha la seguente relazione

$$\begin{aligned}
 \frac{V(t;x)}{V_0} &= \sum_{n=1}^{n^*} V_n(t;x) = \\
 &= \sum_{n=1}^{n^*} \sum_{j=1}^2 e^{-\beta T_{nj}} \sum_{m=1}^n (-1)^{n-m} \binom{n-1}{m-1} \left( \frac{2T_{nj}}{cZ_0} \right)^{m-1} \frac{1}{(m-1)!} \quad (10)
 \end{aligned}$$

Il programma relativo a questa espressione è stato compilato in FORTRAN con FORMAT per elaboratore 1620 IBM i simboli usati sono i medesimi del precedente programma (naturalmente qui non compare ALFA) il formato della uscita è il medesimo ma non è prevista l'uscita su macchina da scrivere.

Se lo switch 1 è ON dopo ogni stampa si ha un incremento del tempo ed un nuovo calcolo, se invece è OFF accetta nuovi dati.

Gli altri switches non sono interrogati.

```

C      POTENZIALE FRA LE ARMATURE DI UNA SPARK CHAMBER
C      IN FUNZIONE DELLE COORDINATE E DEL TEMPO
C
C
1  FORMAT(E14.7, 2E16.7)
2  FORMAT(15)
3  FORMAT(E14.7, E16.7)
4  FORMAT(/)
   DIMENSION X(10), V(10)
99  ACCEPT 1, ELLE, TAU, VVO
   ACCEPT 1, R, C, Z0
   ACCEPT 2, IXMAX
   ACCEPT 3, H, T
   DO 100 I=1, IXMAX
   ACCEPT 3, X(I)
   V(I)=0.
100 CONTINUE
   FACOM=(R+Z0)/(C*R*Z0)
   DCZO=2./(C*Z0)
C
101 DDJ=1.
   DO 304 J=1, IXMAX
   DJ=J
   VXT=0.
   DDI=1.
   SEGNI=1.
   I=0
303 I=I+1
   DI=I
   TT=T-TAU*(X(J)+2.*(DI-1.)*ELLE)
   IF(TT)313, 102, 102
102 XX=X(J)
   IGO=1
   GO TO 400
C
300 VXT=VXT+SERIE
   TT=T-TAU*(2.*DI*ELLE-X(J))
   IF(TT)303, 301, 301
301 IGO=2
   GO TO 400
C
302 VXT=VXT+SERIE
   SEGNI=-SEGNI
   DDI=DDI*DI
   GO TO 303
313 V(J)=VVO-VXT
304 CONTINUE
C
   DO 305 I=1, IXMAX
   PUNCH1, T, X(I), V(I)

```

```

305 CONTINUE
PUNCH 4
C
IF(SENSE SWITCH 1)306,307
306 T=T+H
Go To 101
307 PAUSE
Go To 99
C
C
400 ARG=FACOM*TT
ARG1=ABS(ARG)
IF(ARG-200.)401,401,407
401 ARG=EXP(-AR )
SOMM=0.
C
IF(I-1)406,406,402
406 SOMM=1.
Go To 405
402 SOMM=SOMM+SE NI
SEGN0=-SEGN1
DTCZ0=DCZ0*TT
DENFA=1.
PARZ=DTCZ0*SEGN0
SDIDK=DDI
M=I-1
Do 403 K=1,M
DK=K
DENFA=DENFA*DK
D2=DI-DK
SDIDK=SDIDK/D2
SOMM=SOMM+PARZ*DDI/(DENFA*DENFA*SDIDK)
PARZ=-PARZ*DTCZ0
403 CONTINUE
405 SERIE=SOMM*ARG
404 Go To (300,302),100
C
407 SERIE=0.
Go To 404
END

```